

Timing

原案・解説 beet

概要

時刻 t のコストが $\text{ceil}(b/(t+a))$ であるようなグラフ上の最短路を求める

$f(t) = t + \text{ceil}(b/(t+a))$ とする（時刻 t に出発した場合の到着時刻）

考察

頂点で時間を消費できる

→ $\text{dist}[v] = v$ に到達するのにかかる時間の最小値としてDPができる

(ある頂点にあえて遅く到着する必要はない)

基本的にはDijkstraをする

考察

ceilは非連続なので扱づらい

$$a \leq b \Rightarrow \text{ceil}(a) \leq \text{ceil}(b)$$

$$x \text{が整数のとき、} x + \text{ceil}(y / z) = \text{ceil}((x * z + y) / z)$$

以降では t が整数に限定されている場合としない場合があります

$$g(t) = t + b / (t+a) = (t * (t+a) + b) / (t+a) \text{ とすると、} f(t) = \text{ceil}(g(t))$$

$g(t)$ の t に関する最小化問題を考えればよくなった

考察

$g(t)$ のグラフは右のようになる

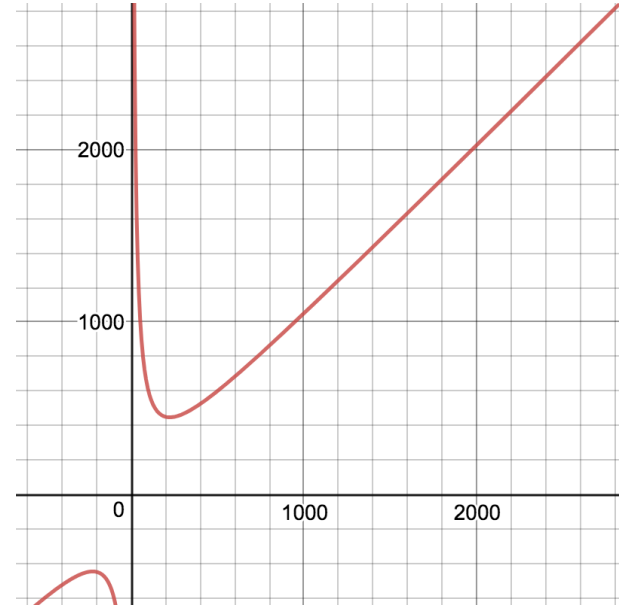
$t \geq 0$ で連続、微分可能、下に凸

$$g'(t) = 1 - b/(a + t)^2$$

$g'(t) = 0$ を t に関して解くと $t = \sqrt{b} - a$

(三分探索等で求めることもできます)

<https://www.desmos.com/calculator/b3g7ycogas>



コーナーケース

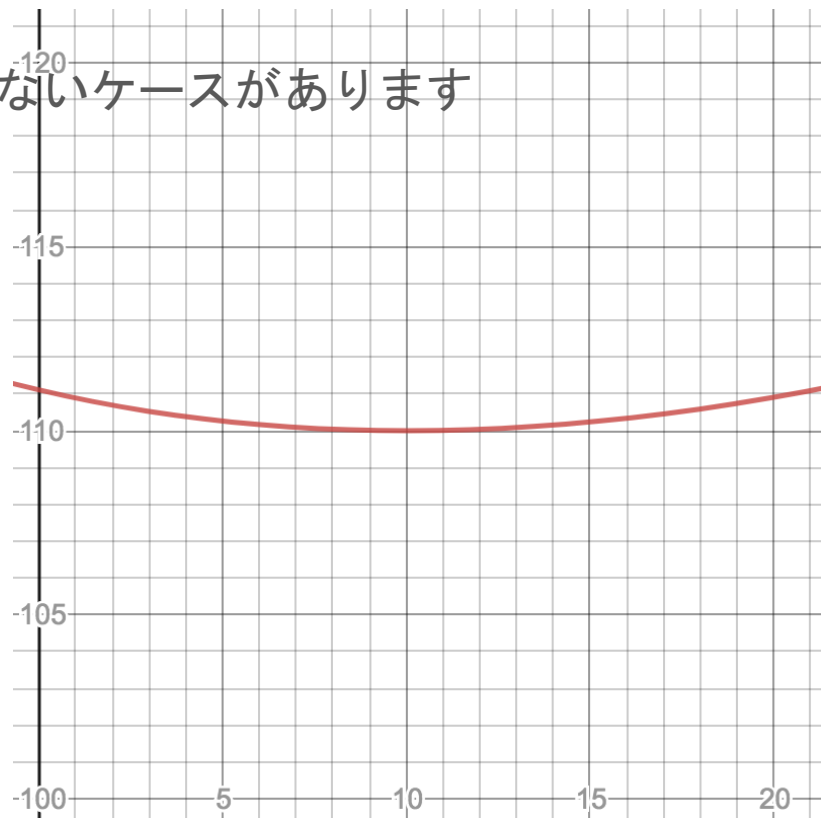
整数のまま三分探索をすると落ちるかもしれないケースがあります

<https://www.desmos.com/calculator/yggrrrla9j>

2 1 1 2

1 2 90 10000

110 (t=10の時に使うのが最適)



統計

First Accept (Onsite) acpc_84_87_133333 1:04:53

First Accept (All) acpc_84_87_133333 1:04:53

Success Rate (Accepted / Submission) ??.??% (?? / ??)