

Problem M : Settler

作者 @dohatsutsu

問題概要

2次元平面上にN個の点があり、この中から互いのユークリッド距離が2以上はなれているK個の点を選びたい。

そのような点の組み合わせの中で辞書順最小のものを出力せよ。

そのような組み合わせが存在しない場合は-1を出力せよ。

$$2 \leq K \leq N \leq 6000$$

$$i\text{番目の点の座標 } 1 \leq x_i, y_i \leq 1,000,000$$

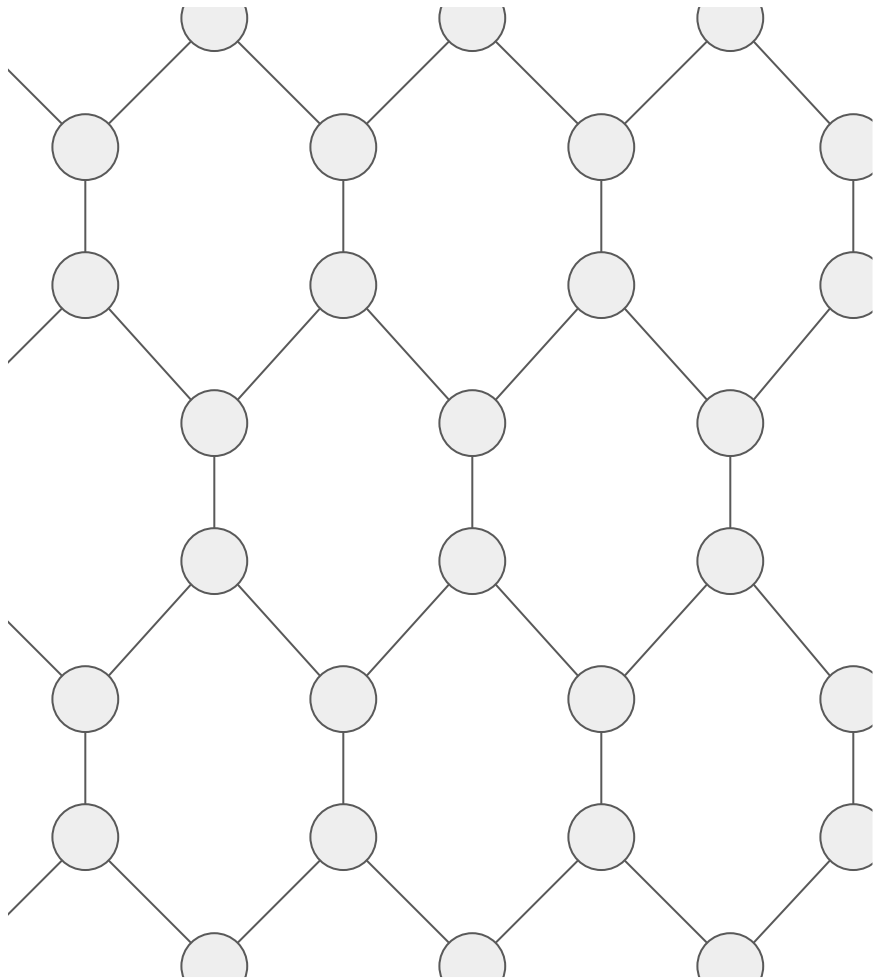
$$x_i \bmod 2 = \text{floor}(y_i \div 2) \bmod 2$$

考察

$$x_i \bmod 2 = \text{floor}(y_i \div 2) \bmod 2$$

という制約が存在している。

この制約を満たす点を全てプロットして、互いのユークリッド距離が2未満の点どうしを結んだ図を描いてみると…



左の図のような2部グラフが見えると思います。

そしてこの問題は、2部グラフからサイズがKの安定集合で、辞書順最小のものを求める問題と置き換えることができます。

解法

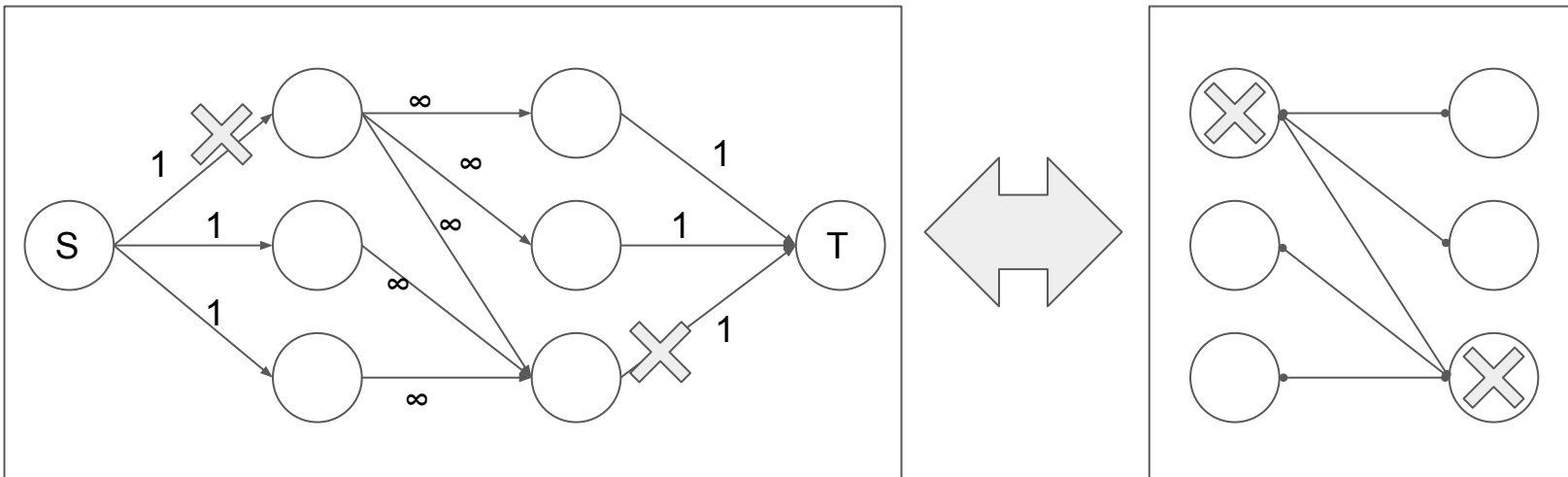
辞書順最小でサイズKの安定集合を求めるためには、辞書順最大のサイズV-Kの点カバーを求めればよいです。

(点カバーに使われなかったノードの集合がそのまま安定集合になるからです)

なお、辞書順最大といっても、 $\{4,3,2\}$ のように降順にならべるのはだめで、必ず昇順になるように並べたときの辞書順最大です。

解法

2部グラフで辞書順最大でサイズMの点カバーを求めることは、左下の図のようにグラフを変形して、S-T間をカットできるサイズMのエッジの集合として考えられるものの中で辞書順最大のものを求めることとほぼ同じです。



解法

蟻本p193にエッジの容量を変えたときに最大流がいくつ変化するかを $O(V+E)$ で求める方法が載っています。

S-T間をカットできるサイズMのエッジの集合(SかTに繋がっているエッジのみ)として考えられるものの中で辞書順最大のものを求めるには、

エッジのID が小さいものから順に着目していき、今着目しているエッジの容量がINFになったときに最小カットがMを超えないならば今着目しているエッジを集合に追加して次のエッジに着目します。超えてしまう場合はエッジの容量を元に戻して次のエッジに着目します。

$O(N^2)$

結果

- First Submit
 - onsite
 - online
- First Accept
 - onsite
 - online
- Success Rate
 - %
 - 1つもSubmitがありませんでした。

テスター

	time	code size (line)
@dohatsutsu	0.13s	124
@haji149	0.92s	122
@public_sate	0.56s	147